*Tous les exercices sont indépendants. L'exercice 1 est un exercice trivial de "mise en forme". Les autres exercices sont des applications directes du cours.*

## Exercice 1

Soit l'ensemble suivant de relations algébriques

$$\begin{array}{l} 2M_0 + \lambda_0 M_1 = d_0, \\ \mu_j M_{j-1} + 2M_j + \lambda_j M_{j+1} = d_j, \quad 1 \leq j \leq (N-1), \\ \mu_N M_{N-1} + 2M_N = d_N. \end{array} \tag{1}$$

Mettre cet ensemble d'équations algébriques sous forme matricielle.

## Exercice 2

a) On veut par la méthode de Newton résoudre le système linéaire $Ax = b$ où $A$ est une matrice inversible d'ordre $n$. En combien d'étapes la méthode de Newton converge-t-elle ?

b) Expliquez pourquoi cette méthode est peu utile numériquement pour résoudre les systèmes linéaires ?

## Exercice 3

On veut résoudre par la méthode de Newton l'équation $x^2 - b = 0$ où $b > 0$. On part, par exemple, d'un point initial $x_0 > 0$. Prouvez la convergence quadratique de la méthode ?

## Exercice 4

Soit l'équation

$$y' = \frac{y}{x + y^2}, \tag{2}$$

définie sur $U = \{x + y^2 \neq 0\}$. L'équation (2) se récrit

$$ydx - (x + y^2)dy = 0. \tag{3}$$

1) Expliquez que la différentielle (3) n'est pas une différentielle exacte.

2) En observant que l'on a

$$d\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{ydx - xdy}{y^2},$$

trouver les courbes intégrales de (2).

## Exercice 5

Calculer les valeurs et vecteurs propres de la matrice

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \end{vmatrix}. \tag{4}$$

 